

## Infoblatt „Wahrscheinlichkeitstheorie I“

Stand: WS 2016/17

### Umfang

3 SWS Vorlesung pro Woche und 2 SWS Übung alle 2 Wochen

### Prüfungsmodalitäten

1,5-stündige Klausur

### Empfohlene Voraussetzungen

Analysis I-II, Lineare Algebra I-II

## Inhaltliche Schwerpunkte

Der Fokus der Lehrveranstaltung [Wahrscheinlichkeitstheorie I](#) liegt auf der Einführung in die Maßtheorie und Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie: Wahrscheinlichkeitsbegriff, Axiomatik, Wahrscheinlichkeitsräume; Zufallsvariablen; spezielle Verteilungen; Konvergenz und Grenzwertsätze

Ausblick -> [Wahrscheinlichkeitstheorie II](#): Vertiefung der Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie -> Vertiefung Maß- und Integrationstheorie, Bedingte Verteilung unter einer  $\sigma$ -Algebra, Erzeugende und charakteristische Funktion, Faltung und Dichtetransformation, Vertiefung Konvergenz und Grenzwertsätze, Aktuarielle Anwendungen Non-life

## Gliederung

- Einführung (Historie, Wissenschaftszweig, Sujet + Abgrenzung)
- Wdh: Grundlagen (Logik, Mengenalgebra, Kombinatorik) [[Nur in Übung.](#)] [[Vgl. \[TH\] Kap. 1](#)]
- Kap 1: Maßtheorie [[Vgl. \[Ba\] Kap. 1, \[T\] Kap. 2, \[S\] Kap. 4](#)]
  - 1.1 Mengensysteme (Algebra,  $\sigma$ -Algebra, messbarer Raum, Erzeugung von  $\sigma$ -Algebren, Borel- $\sigma$ -Algebra, Produkt- $\sigma$ -Algebra)
  - 1.2 Mengenfunktionen (Maße, Dirac- und Lebesgue-Maß, Wahrscheinlichkeitsmaße, Existenz und Eindeutigkeit von Fortsetzungen, Produktmaße)
  - 1.3 Maßräume

- Kap 2: Wahrscheinlichkeitsbegriff: [Vgl. [TH] Kap. 2]
  - 2.1 Zufallsexperimente und zufällige Ereignisse
  - 2.2 Frequentisten: Relative Häufigkeiten
  - 2.3 Laplace-Wahrscheinlichkeiten
  - 2.4 Axiomatik
  - 2.5 Bedingte Wahrscheinlichkeit
  - 2.6 Satz von Bayes
  - 2.7 Stochastische Unabhängigkeit
- Kap 3: Zufallsvariablen [Vgl. [T] Kap. 6, [TH] Kap. 3, [S] Kap. 10]
  - 3.1 Definition ZV (Messbare Abbildungen, Induziertes Bildmaß, stetige oder diskrete Bildmenge)
  - 3.2 Verteilungsfunktion (Definition, Verteilungen mit Dichte: Lebesgue- oder Zähldichte)
  - 3.3 Parameter von Verteilungen (Momente, Quantile, Ungleichungen)
  - 3.4 Mehrdimensionale Zufallsvariablen
- Kap 4: Spezielle Verteilungen [Vgl. [TH] Kap. 4, [S] Kap. 12, [T] Kap. 3-4]
  - 4.1 Diskrete Verteilungen
  - 4.2 Stetige Verteilungen incl. Testverteilungen
  - 4.3 Multivariate Verteilungen
- Kap 5: Konvergenz und Grenzwertsätze [Vgl. [TH] Kap. 5, [S] Kap. 14-15, [T] Kap. 10]
  - 5.1 Konvergenzarten
  - 5.2 Gesetze der großen Zahlen
  - 5.3 ZGWS
  - 5.4 Approximation von Verteilungen

## Übungsblätter

- Wiederholungsblatt: Logik, Mengenalgebra und Kombinatorik
1. Ü-blatt: Maßtheorie [Kap 1]
  2. Ü-blatt: Zufällige Ereignisse, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Laplace [Kap 2.1-2.3]
  3. Ü-blatt: Bedingte Wahrscheinlichkeiten, Bayes, Unabhängigkeit [Kap 2.4-2.7]
  4. Ü-blatt: Zufallsvariablen [Kap 3]
  5. Ü-blatt: Diskrete Verteilungen [Kap 4.1]
  6. Ü-blatt: Stetige Verteilungen [Kap 4.2]
  7. Ü-blatt: Konvergenz und ZGWS [Kap 5]

## Literatur

- [Ba] Bauer, H. (1992). Maß- und Integrationstheorie, Walter de Gruyter Verlag, Berlin. ISBN 978-3-11-013625-2
- [S] Schmidt, K. D. (2011). Maß und Wahrscheinlichkeit, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-642-21026-8
- [T] Tappe, S. (2013). Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-642-37544-6
- [TH] Toutenburg, H., Heumann, C. (2008). Induktive Statistik. Eine Einführung mit R und SPSS, Springer Verlag, Berlin. e-ISBN 978-3-540-77510-2

## Statistiksoftware

Die Open-Source Software R wird in der Lehrveranstaltung zu Demonstrationszwecken verwendet - die eigenständige Nutzung empfiehlt sich. In den Lehrveranstaltungen „Statistik I-III“ wird ebenso R benutzt.

- <http://www.r-project.org>
- <http://cran.r-project.org>

## Vertiefende Literatur

- [B] Bosch, K. (2011). Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, Vieweg Verlag, Wiesbaden. ISBN 978-3-8348-1861-4
- [F] Fahrmeir, L., Künstler, R., Pigeop, I., Tutz, G. (2011). Statistik - Der Weg zur Datenanalyse, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-642-01938-8
- [G] Grimmett, G., Stirzaker, D. (2009). Probability and Random Processes, Oxford University Press, Oxford. ISBN 978-0-19-857222
- [K] Klenke, A. (2013). Wahrscheinlichkeitstheorie, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-642-36018-3
- [Kr] Krenzel, U. (2003). Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, Vieweg Verlag, Wiesbaden. ISBN 3-528-67259-5
- [KrZ] Krickeberg, K., Ziezold, H. (1995). Stochastische Methoden, Springer Verlag, Berlin. ISBN 3-540-57792-0
- [Kü] Küchler, U. (2016). Maßtheorie für Statistiker, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-662-46375-8 (eBook)
- [M] Mürmann, M. (2014). Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastische Prozesse, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-642-38160-7 (eBook)
- [R] Riedle, M. (2004) Maß- und Integrationstheorie. Script HU Berlin.
- [L] Ligges, U. (2008). Programmieren mit R, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-540-79997-9 / e-ISBN 978-3-540-79998-6

- [SH] Sachs, L., Hedderich, J. (2015). Angewandte Statistik. Methodensammlung mit R, Springer Verlag, Heidelberg. ISBN 978-3-642-24401-8
- [W] Wollschläger, D. (2012). Grundlagen der Datenanalyse mit R, Springer Verlag, Berlin. ISBN 978-3-642-25800-8

---

Viel Spaß!